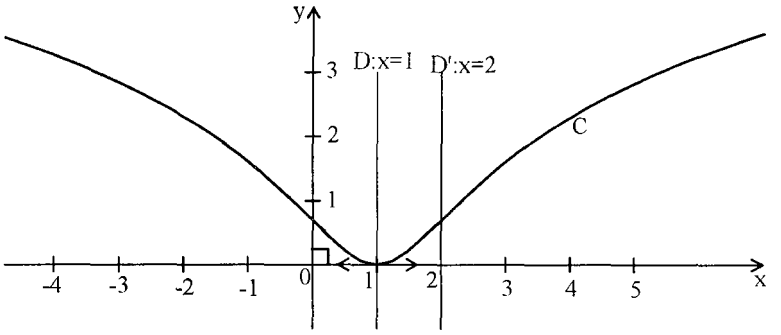
d-



2)a- La fonction $(t \mapsto t^2 - 2t + 2)$ est continue et ne s'annule pas sur IR

$\Rightarrow$ la fonction $\left(t \mapsto \dfrac{1}{t^2 - 2t + 2}\right)$ est continue sur IR.

Désignons par G une primitive sur IR de la fonction $\left(t \mapsto \dfrac{1}{t^2 - 2t+2}\right)$

Désignons par u la fonction définie sur $[0; \frac{\pi}{2}[$ par $u(x) = 1 + tgx$

Ainsi $F(x) = G(u(x)) - G(1); \forall x \in [0; \frac{\pi}{2}[$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{u est dérivable sur } [0; \frac{\pi}{2}[\\ \text{G est dérivable sur IR qui contient } u\left([0; \frac{\pi}{2}[\right) \end{array}\right.$$

$\overset{th}{\Rightarrow}$ la fonction $(x \mapsto G(u(x)))$ est dérivable sur $[0; \frac{\pi}{2}[$

Par suite F est dérivable sur $[0; \frac{\pi}{2}[$.

- $\forall x \in [0; \frac{\pi}{2}[; F'(x) = [G(u(x))]' - [G(1)]' = u'(x) \times G'(u(x))$

$$= (1 + tg^2x) \times \frac{1}{(1 + tgx)^2 - 2(1 + tgx) + 2}$$

$$= (1 + tg^2x) \times \frac{1}{(1 + tg^2x)} = 1$$

b-
$$\left\{\begin{array}{l} F \text{ est dérivable sur } [0; \frac{\pi}{2}[\text{ et } \forall x \in [0; \frac{\pi}{2}[; F'(x) = 1 \\ F(0) = \int_1^{1+tg0} \dfrac{dt}{t^2 - 2t + 2} = \int_1^1 \dfrac{dt}{t^2 - 2t + 2} = 0 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow \forall x \in [0; \frac{\pi}{2}[; F(x) = \int_0^x 1\,dt = [t]_0^x = x.$

$\oplus \int_1^2 \dfrac{dt}{t^2 - 2t + 2} = \int_1^{1+tg\frac{\pi}{4}} \dfrac{dt}{t^2 - 2t + 2} = F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\pi}{4}.$

3)a- $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 Log(x^2 - 2x + 2)dx$

$$\left(\begin{array}{lll} u'(x) = 1 & \rightsquigarrow & u(x) = x \\ v(x)=Log(x^2 - 2x+2) & \rightsquigarrow & v'(x)=\dfrac{2x - 2}{x^2 - 2x+2} \end{array}\right)$$